Физика

гр. Н1 23.10.2020г

Задание выполнить в тетради к 29.10.2020г, фото выполненного задания отправить в ЛС преподавателю https://vk.com/id22790125. За не вовремя сданные задания оценка снижается.

Тема: Импульс. Закон сохранения импульса

1. Просмотрите видео по теме https://drive.google.com/file/d/1oVX3U681xCeMPEsDDFMmgX5U5YsvHjFJ/view?usp=sharing
2. Запишите основные понятия и формулы в тетради (см. текст лекции ниже). Не все определения выделены, смотрите и читайте внимательно.
3. Запишите решение задач из примеров (см. текст лекции ниже).
4. Самостоятельно решите следующие задачи:

   1) Снаряд, выпущенный вертикально вверх, разорвался в верхней точке траектории. Первый осколок массой 1 кг приобрел скорость 400 м/с, направленную горизонтально. Второй осколок массой 1,5 кг полетел вверх со скоростью 200 м/с. Какова скорость третьего осколка, если его масса равна 2 кг?

   2) Деревянный брусок, движущийся вертикально, падает со скоростью v = 3 м/с на горизонтальную ленту транспортера, движущегося со скоростью v = 1 м/с. Брусок после удара не подскакивает. При каком коэффициенте трения брусок не будет проскальзывать по транспортеру?

Импульс. Закон сохранения импульса

Импульс тела

Как изменяются скорости тел при столкновении? Рассматривать силу взаимодействия тел и применять законы Ньютона бывает неудобно. Взгляните на столкновение бильярдных шаров: время столкновения, когда шары взаимодействовали, очень мало. Силу взаимодействия определить сложно, ускорение тоже. Вот у шаров одни скорости, постоянные, а через мгновение удара они уже другие. Напрашивается какой-то закон сохранения. Что же сохраняется?

Наш опыт подсказывает, что при центральном ударе и при боковом поведение шаров после столкновения будет разным (см. рис. 1).

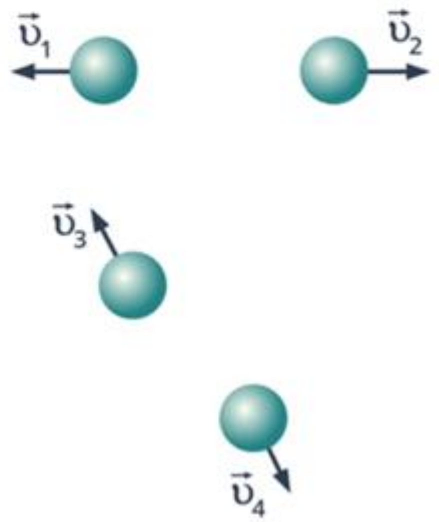

Рис. 1. Столкновение бильярдных шаров

Значит, надо учитывать не только модуль скорости (как в законе сохранения энергии), но и направление.

Представьте себя на месте бильярдного шарика: с вами сталкивается другой человек. Очевидно, чем быстрее он шел вам навстречу, тем сильнее толчок вы ощутите. Но есть ли разница, это был быстро бегущий легкий ребенок или более тяжелый взрослый, пусть и медленно идущий? Кажется, что толчки по ощущениям отличаться не будут. Что-то подсказывает, что играет роль произведение массы на скорость. Легкое и быстрое тело наверняка должно толкать так же, как и тяжелое, но медленное. Это наше предположение, и на опыте оно подтверждается.

Экспериментально определили, что действительно сохраняется произведение массы на скорость, причем скорость здесь – вектор, тогда и произведение скорости на массу будет вектором. Это произведение назвали **импульсом**.

Импульс тела – это физическая величина, равная произведению вектора скорости тела на его массу. Соответственно, направлен вектор импульса туда же, куда и вектор скорости – так получается, когда вектор умножается на скаляр, эти правила умножения вы можете вспомнить из уроков математики. Импульс обычно обозначают буквой $\vec{p}$.

Закон сохранения импульса

Мы ввели импульс как нечто, что сохраняется – это было понятно интуитивно, гипотеза подтвердилась экспериментально. Если на систему тел не действуют внешние силы со стороны других тел (то есть равнодействующая внешних сил на каждое тело равна нулю), то такую систему называют **замкнутой**. То есть в такой системе считают, что тела взаимодействуют только между собой.

В замкнутой системе векторная сумма импульсов всех тел, входящих в систему, остается постоянной. Другими словами, ***суммарный импульс замкнутой системы тел сохраняется***.

Если вернуться к примеру со сталкивающимися шарами, то при ударе они могут закручиваться. Будет ли работать закон сохранения импульса в этом случае? Нет, вращение нужно отдельно учитывать при расчетах. Но мы будем решать задачи без вращения, то есть учитывать только линейные скорости тел до и после столкновения.

Замкнутая система – это модель. В реальной жизни их не существует. Но без выделенной модели нельзя решать практические задачи. И во многих ситуациях систему можно приближенно считать замкнутой и применять к ней закон сохранения импульса.

Закон сохранения импульса справедлив в инерциальных системах отсчета: в неинерциальных системах тело может приобрести скорость не из-за взаимодействия, а из-за изменения свойств системы отсчета, а это не поддается учету в нашей модели.

Закон сохранения импульса можно записать так:

$$\sum \vec{p}_i = const$$

или:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' + \ldots + \vec{p}_n'$$

Более удобно для решения задач, что сумма импульсов тел до взаимодействия равна сумме импульсов после взаимодействия. Причем речь идет о любом взаимодействии.

Задача 1

Тележка массой 60 кг движется со скоростью 3 м/с. Ребенок массой 40 кг запрыгивает на тележку, прыгая ей навстречу с горизонтальной скоростью 2 м/с. С какой скоростью будет двигаться ребенок на тележке?

Проанализируем условие задачи.

В задаче описано взаимодействие тележки и ребенка, которое можно считать столкновением. Нас не интересует сам процесс взаимодействия и изменения скорости, мы говорим только о начальных и конечных скоростях – к такой задаче удобно применить модель импульса.

Закон сохранения импульса справедлив для замкнутых систем. Решим, можем ли мы считать нашу систему замкнутой, то есть можем ли мы считать, что тележка и ребенок взаимодействуют только друг с другом.

На тележку действуют сила тяжести и сила реакции опоры, но их равнодействующая равна нулю, поэтому можем считать, что на тележку ничего, кроме ребенка, не действует (см. рис. 3).

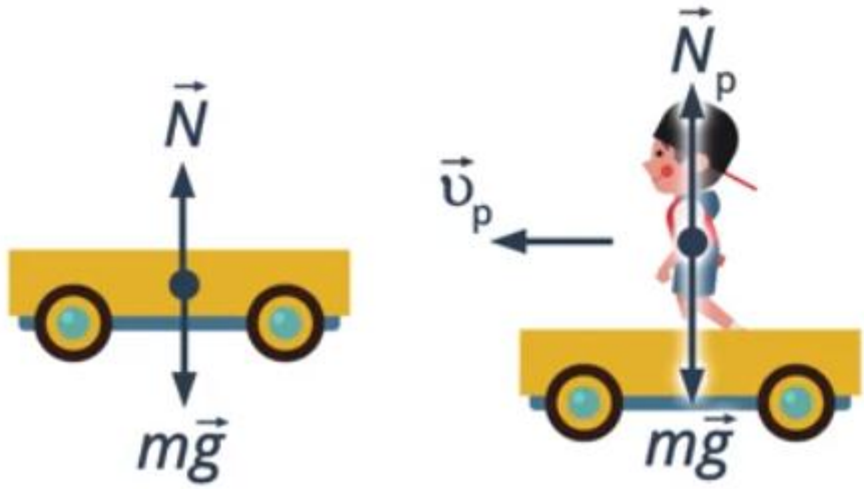

Рис. 3. Действие сил

Ребенок прыгает, и в полете на него действует сила тяжести. Почему мы можем ею пренебречь? Закон сохранения импульса связывает скорости тел непосредственно до и после столкновения. Независимо от того, как под действием силы тяжести двигался ребенок в прыжке, непосредственно к тележке он «подлетел» с горизонтальной скоростью 2 м/с, об этом сказано в условии. А уже при контакте с тележкой сила тяжести уравновесилась силой реакции опоры.

Что же с силой трения? Даже если она действует на тележку, нужно иметь в виду не только, что она мала, но и то, что закон сохранения импульса описывает лишь короткое время столкновения тел. Да, после столкновения тележка с ребенком может проехать несколько метров и под действием силы трения остановиться, это тоже можно описать математически. Но за то самое короткое время столкновения сила трения не успеет значительно изменить скорость тел, и найденная скорость сразу после столкновения будет достаточно точной. Аналогично мы пренебрегли бы силой тяжести, если бы рассматривали разрыв снаряда в полете. Потом сила тяжести изменит траекторию осколков, но в процессе самого взрыва ее влиянием можно пренебречь.

Итак, мы для первого раза подробно разобрались, чем можно пренебречь и почему, и договорились считать систему замкнутой, чтобы применять закон сохранения импульса.

Перейдем к **физической части решения задачи**, применим закон сохранения импульса.

Обозначим на рисунке (см. рис. 4) скорости тел до столкновения, они направлены в противоположные стороны.

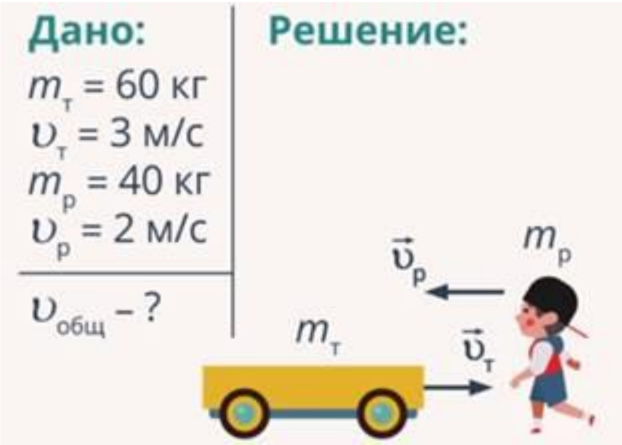

Рис 4. Скорости тел до их взаимодействия

Импульс тележки равен $m_т\vec{\upsilon}_т$, импульс ребенка равен $m_р\vec{\upsilon}_р$.

После столкновения ребенок и тележка двигались с общей скоростью $\vec{\upsilon}_{общ}$ как одно тело с массой $(m_т + m_р)$ (см. рис. 5). Предположим, что они движутся в ту сторону, в которую катилась тележка: она тяжелее и ее начальная скорость больше. Если мы ошиблись с направлением, ответ получится со знаком минус – так мы обозначаем направления.

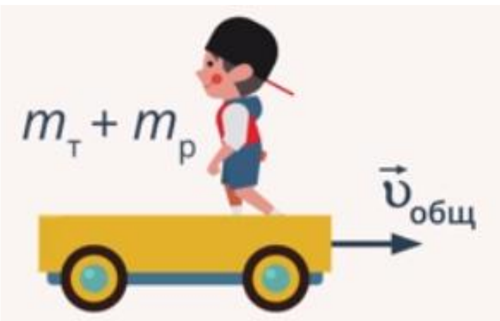

Рис. 5. Скорость тел после взаимодействия

По закону сохранения импульса запишем: суммарный импульс тел до взаимодействия равен суммарному импульсу тел после взаимодействия:

$$m_т\vec{v}_т + m_р\vec{v}_р = (m_т + m_р)\vec{v}_{общ}$$

Направим ось координат вправо и запишем в проекции на эту ось:

$$m_т v_т - m_р v_р = (m_т + m_р) v_{общ}$$

Получили уравнение, которое осталось решить, – это будет **математическая часть решения**. Выразим конечную скорость:

$$v_{общ} = \frac{m_т v_т - m_р v_р}{m_т + m_р}$$

Вычислим:

$$v_{общ} = \frac{60\ кг \cdot 3\ м/с - 40\ кг \cdot 2\ м/с}{60\ кг + 40\ кг} = 1\ м/с$$

Задача решена.

Закон сохранения импульса

Подойдем к первоначальной задаче о столкновении тел с другой стороны. Одно тело взаимодействует со вторым телом и больше ни с чем, сила действия на первое тело равна $\vec{F}_1$. Рассмотрим, как меняется его скорость за время взаимодействия. Будем считать, что за время взаимодействия скорость меняется равномерно, то есть ускорение постоянно (как и сила $\vec{F}_1$).

Модель равноускоренного движения

Мы посчитали ускорение постоянным. Но даже если это не так, мы в таких случаях разбивали движение на малые отрезки, на которых его можно считать постоянным. Можно потом рассмотреть эти участки отдельно и найти суммарный результат (см. рис. 6).

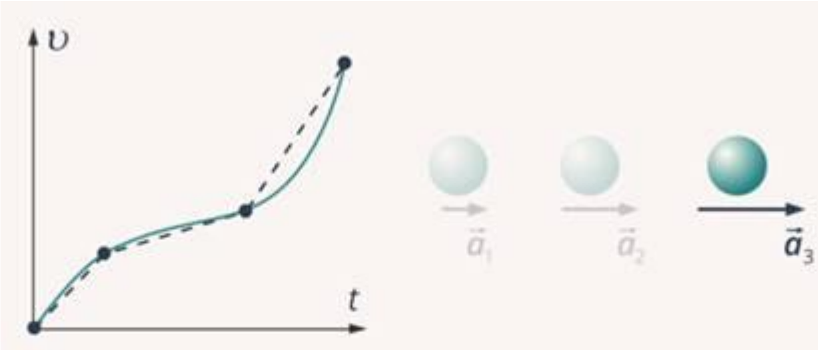

Рис. 6. Модель равноускоренного движения

Здесь мы этого делать не будем, мы рассмотрим задачу в случае постоянной силы. Но напоминаем, что такой инструмент у нас есть. Задачу можно решить и без этого допущения, просто решение будет сложнее.

По второму закону Ньютона, ускорение тела равно:

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m_1}$$

По определению, ускорение равно изменению скорости, деленному на время, на протяжении которого скорость изменялась. В нашем случае это время взаимодействия тел. Запишем:

$$\frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\vec{F}_1}{m_1}$$

Для второго тела можем записать то же самое: сила $\vec{F}_2$, действующая на второе тело, создает ускорение $\vec{a}_2$, которое можем записать через изменение скорости за время взаимодействия:

$$\frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t} = \frac{\vec{F}_2}{m_2}$$

Время взаимодействия Δt для обоих тел одинаково. Сколько по времени одно тело действует на другое, столько же и второе действует на первое. А силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, по третьему закону Ньютона, равны по модулю и противоположны по направлению. Перенесем силу и время для удобства в правую часть каждого уравнения:

$$\Delta\vec{v}_1 m_1 = \vec{F}_1 \Delta t$$

$$\Delta\vec{v}_2 m_2 = \vec{F}_2 \Delta t$$

Так как, по третьему закону Ньютона, $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$, то можем записать:

$$\Delta\vec{v}_1 m_1 = -\Delta\vec{v}_2 m_2$$

или:

$$\Delta\vec{v}_1 m_1 + \Delta\vec{v}_2 m_2 = 0$$

То есть суммарное изменение некоторой величины $m\vec{v}$ равно нулю, суммарное $m\vec{v}$ системы тел остается постоянным – а ведь это как раз импульс, который мы перед этим ввели.

Импульс силы и незамкнутые системы

В ходе математических преобразований для одного тела, на которое действует постоянная сила $\vec{F}_1$, мы получили уравнение:

$$\Delta\vec{v}_1 m_1 = \vec{F}_1 \Delta t$$

Изменение импульса тела равно некоторой величине $\vec{F}_1 \Delta t$: сила, умноженная на время ее действия. Назовем эту величину импульсом силы, и это можно запомнить. Изменение импульса тела равно импульсу силы, подействовавшей на тело в течение времени Δt.

Можно применить это уравнение к системе тел (см. рис. 7).

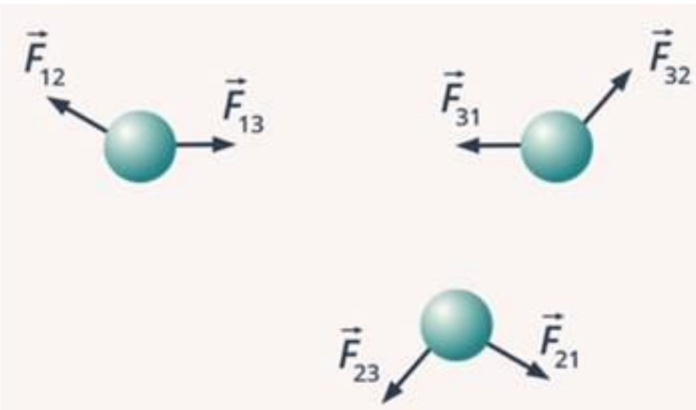

Рис. 7. Система тел

Тогда суммарное изменение импульса равно суммарному импульсу сил, действующих на систему. Если тела взаимодействуют между собой, то есть система замкнута, то при сложении импульсы сил дадут ноль и изменение импульса будет равно нулю. Получили $\sum \vec{p}_i = const$ в замкнутых системах.

Если же есть внешние силы, нескомпенсированные, то есть система не замкнута, тогда суммарный импульс силы не равен нулю и импульс системы тел изменяется. Изменение импульса равно импульсу силы:

$$\sum \Delta\vec{p}_i = \sum \vec{F}_i \Delta t$$

Или, для одного тела:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$$

То есть в незамкнутых системах импульс не сохраняется, он изменяется, и это изменение можно посчитать. Это уравнение еще называют вторым законом Ньютона в импульсной форме. На самом деле, это действительно немного преобразованная запись второго закона Ньютона.

Для изменения большого импульса нужна или большая сила, или длительное время. Это учитывается при плавании кораблей. Как тормозят корабли? Импульс при торможении большой (масса корабля большая), а сила маленькая (на воде сопротивление маленькое), поэтому, например, тяжелым танкерам приходится начинать тормозить, когда порт еще за горизонтом.

Задача 2

Охотник сидит на покоящейся лодке. Затем он делает 3 горизонтальных выстрела из ружья. Какую скорость приобретет лодка, если суммарная масса лодки с охотником равна 120 кг, а дробь массой 20 г выстреливает со скоростью в среднем 500 м/с (см. рис. 8)?

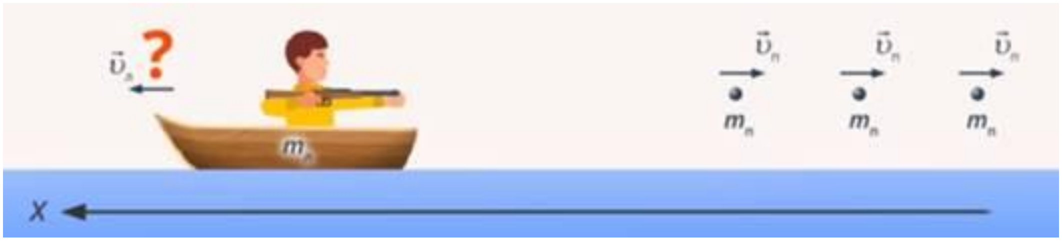

Рис. 8. Условие задачи

Приступим к **анализу условия задачи**. В задаче рассмотрено взаимодействие охотника, лодки и трех пуль. Охотник и лодка друг относительно друга не движутся, можно считать их одним целым, нам даже его суммарная масса дана. Охотника с лодкой и пули можно считать замкнутой системой: сила трения лодки и воды за время между выстрелами не успеет значительно повлиять на скорость. Как движутся пули после выстрела, нас не интересует, а в процессе выстрела влияние силы тяжести и силы трения воздуха пренебрежимо мало по сравнению с силой, с которой пулю толкают пороховые газы. Таким образом, можно считать, что охотник с лодкой и пули посредством пороховых газов (а они почти невесомые) взаимодействуют только друг с другом. Можно применять закон сохранения импульса.

Физическая часть решения. Рассмотрим первый момент времени – до первого выстрела, когда вся система покоилась и суммарный импульс был равен нулю.

Второй момент возьмем после третьего выстрела – так будет проще, чем описывать каждый выстрел отдельно. При каждом выстреле каждая пуля приобретала скорость $\vec{v}_п$, ее импульс – $m_п\vec{v}_п$. Помним, что пули три. Скорость и массу лодки с охотником обозначим индексом л.

По закону сохранения импульса, запишем:

$$0 = m_л\vec{v}_л + 3m_п\vec{v}_п$$

Направим ось координат в сторону движения лодки. Тогда в проекции запишем:

$$0 = m_л v_л - 3m_п v_п$$

Выразим скорость лодки:

$$m_л v_л = 3m_п v_п$$

$$v_л = \frac{3m_п v_п}{m_л}$$

Подставим значения, переведя массу пули в СИ:

$$v_л = \frac{3 \cdot 0{,}02\ кг \cdot 500\ м/с}{120\ кг} = 0{,}25\ м/с$$

Задача решена.

В этой задаче мы увидели, что тело может приобрести скорость, отталкиваясь от части себя же. В качестве такой «части» лучше использовать не твердые тела, а газ или жидкость: из них удобно сформировать непрерывную струю и создать постоянную тягу. Такой способ движения назвали **реактивным движением, или движением на реактивной тяге**.

Реактивная тяга

Осьминоги и медузы передвигаются как раз по такому принципу. Они выпускают из своего тела струю воды и таким образом передвигаются. Происходит отдача, подобная той, которую испытал охотник из задачи. Конечно, осьминог движется не в вакууме, он взаимодействует с окружающей его водой, как и выпущенная струя. Если мы захотим рассчитать его движение, возможно, нам придется это все учесть, но сам принцип понятен.

По тому же принципу летит незавязанный и выпущенный из рук воздушный шарик. Реактивную тягу создает струя выходящего из шарика воздуха.

С помощью одной и той же модели и математических инструментов мы описали движение лодки, осьминога и воздушного шарика и на основе этой же модели можем построить свой двигатель на реактивной тяге. В первую очередь это актуально для космических полетов.

Автомобиль едет по дороге, и его сила тяги возникает при взаимодействии колес с дорогой, он от нее как бы отталкивается. Так же отталкиваемся от дороги и мы при ходьбе. Гребные винты кораблей взаимодействуют с водой, самолеты – с воздухом. Ракете в полете взаимодействовать практически не с чем, поэтому космические полеты стали возможны с использованием реактивной тяги. Разработал теорию реактивного движения Константин Циолковский – ученый, наиболее известный именно как отец космонавтики.

Расчет движения ракеты

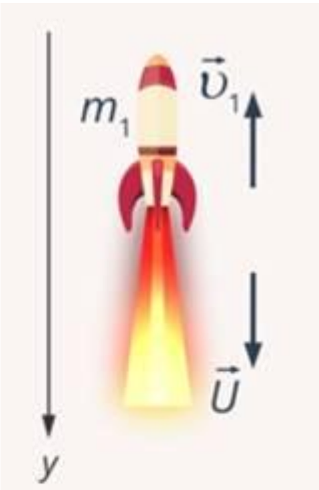

Рис. 9. Реактивная тяга ракеты

Запишем: начальный импульс ракеты с топливом равен $M\vec{v}$. Некоторая масса топлива вытекает, масса ракеты станет равна m_1 и увеличит скорость до $\vec{v}_1$. А масса вытекшего топлива равна $(M - m_1)$. Скорость вытекания топлива относительно ракеты фиксирована, обозначим ее $\vec{U}$. Мы рассматриваем движение относительно Земли, в этой системе отсчета скорость топлива равна $(\vec{v}_1 - \vec{U})$.

Запишем, по закону сохранения импульса:

$$M\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + (M - m_1) \cdot (\vec{v}_1 - \vec{U})$$

Раскроем скобки:

$$M\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + M\vec{v}_1 - M\vec{U} - m_1\vec{v}_1 + m_1\vec{U}$$

$$M\vec{v} - M\vec{v}_1 = -M\vec{U} + m_1\vec{U}$$

Запишем в проекции на ось y:

$$-Mv + Mv_1 = -MU + m_1U$$

Преобразуем:

$$-M(v_1 - v) = U(M - m_1)$$

$$-M \cdot \Delta v = U \cdot \Delta m$$

Разделим обе части уравнения на длительность рассмотренного промежутка времени Δt.

$$-M \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = U \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

Минус показывает, что скорости ракеты и реактивных газов направлены в противоположных направлениях.

Выражение слева, масса на ускорение ракеты, – это сила реактивной тяги. Как видим, она равна скорости выброса газов (сколько килограммов в секунду) на скорость реактивных газов и направлена противоположно этой скорости:

$$F_{\text{тяги}} = -U \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

Уравнение не учитывает, что масса ракеты уменьшается по мере испускания топлива. К тому же позже расчеты показали, что энергетически выгодно отделять определенные части ракеты – вы, наверняка, слышали: «Отделилась первая ступень» и т. д. Наше же уравнение справедливо для короткого промежутка времени Δt, на протяжении которого масса ракеты, а значит, и ускорение не успеют измениться. Циолковский же решил задачу о реактивном движении ракеты с переменной массой. Он решил ее с достаточной точностью, чтобы разработанная по этим расчетам ракета действительно полетела. Мы таких точных расчетов проводить не будем, но приблизительные оценки наша простая модель уже позволит проводить.